Editorial

La géométrie fractale est un domaine relativement récent, qui s'est créé à partir de la constatation qu'une bonne partie des développements effectués depuis la fin du dix-neuvième siècle en théorie géométrique de la mesure trouvait une application fructueuse dans la description de nombreux phénomènes naturels. On s'est ainsi notamment servi de dimensions non entières pour caractériser la forme plus ou moins irrégulière des montagnes, le degré d'erraticité de certains cours financiers ou encore la distribution des étoiles dans l'univers.

Dans une première phase, bouillonnante et essentiellement descriptive, cette nouvelle géométrie a vu le nombre de ses applications exploser : jusque vers le début des années 90, une multitude de travaux ont été consacrés à la mise en évidence du comportement fractal de plus d'un millier de phénomènes ; typiquement, on montrait qu'une certaine quantité, pertinente pour l'étude, était invariante quand on changeait d'échelle d'observation. Ceci permettait une description plus compacte et, parfois, une meilleure compréhension du phénomène.

*Depuis quelques années, le point de vue a quelque peu changé et nous sommes entrés dans une phase « opérationnelle ». Il est symptomatique à cet égard de remarquer que l'on parle plus souvent maintenant d'*analyse *fractale que de* géométrie *fractale. Il y a deux raisons principales à cette évolution. D'abord, les outils fractals se sont fortement diversifiés et ils dépassent maintenant le cadre de la géométrie. On trouve des travaux portant sur les fractales en analyse harmonique, probabilités, statistiques, etc. Cette diversification est arrivée à un point où l'on dispose maintenant d'un corpus de méthodes pouvant être utilisées avec profit de façon assez générale dans de nombreux domaines appliqués où l'on ne s'attend pas* a priori *à rencontrer des fractales. En d'autres termes, dans cette deuxième phase où nous nous trouvons, l'analyse fractale est opérationnelle parce qu'au lieu de se demander si le phénomène étudié est ou non fractal, on lui applique les outils de l'analyse fractale, qui fournissent dans de nombreux cas des informations pertinentes, non disponibles avec d'autres analyses. Un exemple emblématique de cette évolution est la compression fractale des images, qui a donné lieu à un nombre impressionnant de publications dans les années 90. Plusieurs conférences ont été* *consacrées exclusivement à ce sujet, et cette technique a même donné lieu à la création d'une start-up aux Etats-Unis. Le principe de la compression fractale est simple : il s'agit de coder une image comme l'unique attracteur (fractal) d'un certain opérateur contractant agissant sur l'espace de toutes les images. Le point important est que cette technique permet d'approximer par un objet fractal n'importe quelle image, sans hypothèse sur sa structure : on utilise une approche fractale sans se préoccuper de la « fractalité » de l'objet étudié. Ce nouveau point de vue a porté ses fruits dans de nombreuses autres applications, en particulier en traitement du signal et des images.*

Trente ans après le premier colloque consacré aux fractales, force est de constater la vitalité extraordinaire de cette approche dans tous les champs où elle est appliquée. Plusieurs conférences sont entièrement consacrées aux fractales, certaines généralistes, comme Fractals, *d'autres thématiques, comme* Fractals in Engineering *ou encore* Fractals and Stochastic Processes*. Des milliers d'articles utilisant l'analyse fractale sont publiés chaque année, dans des journaux de mathématiques, physique, finance, géophysique, traitement du signal, informatique, médecine, biologie, etc., et plusieurs monographies paraissent chaque année sur tel ou tel aspect des fractales. L'analyse fractale est un sujet qui fait maintenant partie du cursus de plusieurs écoles d'ingénieurs et qui est enseigné dans nombre de DEA. On ne compte pas les sites Internet qui sont consacrés aux fractales, en particulier en ce qui concerne les applications graphiques et en traitement des signaux et images, ainsi que pour les aspects mathématiques. Une proportion croissante de ces sites propose des démonstrations, des applets, des programmes… Certaines de ces ressources sont en passe de devenir des standards, comme la boite à outils* FracLab *de traitement fractal des signaux et des images. L'enjeu est de disposer d'un ensemble de méthodes fiables de calcul des quantités pertinentes en analyse fractale, de façon à pouvoir valider de nouvelles méthodes et applications sur une grande échelle, et assurer ainsi des résultats reproductibles : une telle standardisation est nécessaire pour que l'utilisation des techniques fractales se généralise dans les applications industrielles. Il semble en effet que nous soyons à un stade où la recherche s'est suffisamment développée pour que des utilisations industrielles puissent être effectuées à court terme dans plusieurs domaines. On peut déjà citer quelques exemples récents de telles réalisations : outre la synthèse et la compression d'images, mentionnons la catalyse de certains processus chimiques et la conception d'antennes multibandes. Plusieurs indices montrent que d'autres « success stories » pourraient voir le jour dans les prochaines années, en particulier dans le domaine médical et celui de la gestion du trafic Internet, ainsi qu'en ingénierie financière.*

Un mot maintenant sur les contributions présentées dans ce volume. Comme on l'a dit plus haut, l'analyse fractale est développée et utilisée dans un très grand nombre de champs, et il était évidemment hors de question de tendre à l'exhaustivité. On ne trouvera donc ici qu'un petit échantillon de la vitalité du domaine, mais qui est représentatif de sa spécificité sur un point important : si *l'analyse fractale a connu autant de réussite récemment, c'est entre autres grâce au développement d'outils mathématiques fins ; d'énormes progrès ont été accomplis aussi bien en probabilités qu'en statistiques, théorie de la mesure, analyse harmonique ou bien géométrie, pour la compréhension et l'étude d'objets fortement irréguliers. Le va-et-vient constant entre mathématiques et applications est certainement l'une des caractéristiques majeures de notre domaine. Toutes les contributions ci-après participent à la création d'outils théoriques nouveaux, ou bien s'appuient sur des mathématiques récentes. Les articles de A. Ayache, B. Pesquet, et M. Guglielmi et E. Noret proposent tous les trois de nouveaux processus stochastiques qui vont au-delà des modèles fractals de base, dont l'archétype est le* mouvement brownien fractionnaire. *Dans l'article de M. Guglielmi et E. Noret, le processus est obtenu via une* approche système*, nouvelle dans ce domaine, qui présente entre autres l'avantage de se prêter à des traitements temps réel. Une autre caractéristique de ce processus est qu'il permet de découpler les propriétés fondamentales que sont la* mémoire longue *et l'*auto-similarité*, chose qui n'est pas possible avec le mouvement brownien fractionnaire. Le processus étudié par A. Ayache, appelé* mouvement brownien multifractionnaire*, est encore plus riche à cet égard, puisqu'il permet en outre de contrôler précisément un troisième aspect important dans les applications, à savoir la* régularité locale. *Le mouvement brownien multifractionnaire, dont les propriétés commencent à être assez bien connues, est un bon candidat pour modéliser les phénomènes naturels qui sont irréguliers, et dont l'irrégularité, variable au cours du temps, porte une information importante. Cela inclut par exemple le trafic Internet, certaines chroniques financières, le profil des montagnes et de nombreuses images. En deux dimensions, il est important de pouvoir rendre compte, en plus des propriétés déjà citées, d'une éventuelle anisotropie, présente en particulier dans les images médicales ou celles de fonds sous-marins. La* modélisation d'images anisotropes *est le sujet de l'article de B. Pesquet. Les aspects pratiques d'implémentation et d'estimation y sont étudiés avec soin, et l'on voit qu'il est tout à fait possible de manipuler de tels outils fins d'analyse et en particulier de les implémenter sur machine avec une complexité raisonnable. Si, dans un cadre paramétrique comme celui de ces trois premiers articles, le problème de l'estimation est assez bien résolu, la situation est évidemment beaucoup plus délicate quand on travaille sans modèle. L'article de C. Tricot et P. Ferland traite le problème de l'*estimation non paramétrique *de la dimension de boîte, qui est probablement l'index fractal le plus utilisé. Il montre que des raffinements assez simples de l'algorithme de base permettent d'obtenir, dans la plupart des situations étudiées, des résultats de bonne qualité. Enfin, l'article de H. Aubry et L. Belkacem est une étude comparée de certaines caractéristiques fractales des* marchés financiers. *Un de leurs principaux résultats est qu'il est possible de distinguer les marchés émergents grâce à un paramètre fractal particulier, l'indice de stabilité : mieux, celui-ci peut même être considéré comme une mesure de la maturité d'un marché.*

Parmi les sujets qui font actuellement l'objet de recherches très actives et qui n'ont pas pu être représentées ici, citons l'analyse multifractale, le calcul *différentiel sur des fractales, et les applications dans le domaine bio-médical, en électromagnétisme ou génie chimique.*

Nous remercions vivement les auteurs qui ont contribué à ce volume, ainsi que les éditions Hermès pour nous avoir offert l'opportunité de publier ce numéro spécial. Un grand merci à Hélène Outin pour sa patience et son efficacité, ainsi qu'à Nathalie Gaudechoux pour son aide précieuse dans la préparation de ce volume.

Jacques Lévy Véhel
Evelyne Lutton

{Jacques.Levy-Vehel,Evelyne.Lutton}@inria.fr